最大 CPI 集合に基づくスイッチングフィードバック制御による ヒューマノイドロボットの安定化

山本江(東工大)中村仁彦(東大)

Stabilization of Humanoid Robots by Switching Feedback Controllers Based on the Maximal CPI Sets

*Ko YAMAMOTO (Tokyo TECH), Yoshihiko NAKAMURA (Univ. of Tokyo)

Abstract— Humanoid robots should be able to stand and walk despite reasonable external disturbances. This paper addresses the robustness of a humanoid robot to unknown disturbances. Although there are control methods to absorb the disturbances based on the COG-ZMP inverted pendulum model, they do not consider the physical constraint on ZMP. In this paper, the authors enable the control law to consider the physical constraint explicitly with the maximal CPI set. Furthermore, the switching control framework is applied to a COG-ZMP inverted pendulum model, allowing for an improved robustness to external disturbances. The validity of the proposed method is verified with both of simulation and experiment.

Key Words: Humanoid Robot, Stabilization, Constrained System, Maximal CPI Set, Switching Control

1. はじめに

人の生活する環境は未知の外乱に溢れている.その ような実環境下においてヒューマノイドロボットを運 用するためには,信頼性の高い頑健な安定化制御が不 可欠である.ヒューマノイドにおけるバランス制御と して床反力中心である ZMP[1]の誤差を補償する方法 が提案されている [2][3][4].一方で水戸部ら [5],杉原 ら [6] は ZMP を制御入力とみなし重心を安定化する制 御法を提案した.質量集中モデルを仮定することで倒 立振子の制御を重心-ZMP の制御に応用することがで きる.しかし,二脚移動系は環境に固定されたリンク を持たないため,ZMP に関して力学的拘束条件が課せ られる.従来の制御法では,この力学的拘束は陽には 考慮されておらず,場合によっては実現不可能な ZMP を制御器が出力する可能性がある.制御則の中で力学 的拘束を陽に扱うことが求められる.

本研究では,拘束システムの制御に用いられる最大 Constraint Positively Invariant (CPI) 集合 [7] を計算 することにより,重心-ZMP 倒立振子の制御において ZMP の拘束を陽に考慮することを可能にする.最大 CPI 集合はスイッチング制御 [8] おいてフィードバック ゲインを切り替える指標として用いられる.スイッチ ング制御を適用することで外乱が加わった後の重心の 収束速度を向上させることが出来る.本稿ではシミュ レーションと実機実験により,スイッチング制御によ る外乱吸収の性能向上の効果を確認する.

2. 重心-ZMP 倒立振子モデル制御

2.1 質量集中モデル

Fig.1 左に示すように質量が重心に集中したモデルを 考えると,ヒューマノイドロボットの運動方程式は次



Fig.1 Mass concentrated model of humanoid robot (left) and inverted pendulum model with support point constrained (right)

式のように表せる.

$$\ddot{x}_G = \omega_G^2 (x_G - x_Z) \tag{1}$$

$$\ddot{y}_G = \omega_G^2 (y_G - y_Z) \tag{2}$$

$$\ddot{z}_G = \frac{f_z}{m} - g \tag{3}$$

ただし, $p_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$ はロボットの重心, $p_Z = [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$ はZMP, mはロボットの全質量, f_z は垂直床反力である.また, $\omega_G^2 \equiv (\ddot{z}_G + g)/(z_G - z_Z)$ であり,重心の鉛直方向の運動が小さいと仮定すると ω_G は一定であるとみなせる.

eq.(1)-(2) は Fig.1 右に示すような台車型倒立振子の ダイナミクスと等価になる.そこで,倒立振子の制御 法を応用し,ZMPを入力として重心を安定化する制御 方法が提案されている[5][6].一方で,二脚移動系は環 境に固定されたリンクを持たないため,ZMP に関して 力学的拘束条件 $p_Z \in Z$ が課せられる.ただし,Z は 接地領域を示す.したがって,大きな外乱が加わった 場合,制御器の出力する ZMP が力学的拘束を破り,結 果として転倒を招く恐れがある.本稿では最大 CPI 集 合により力学的拘束を陽に考慮する.

2.2 線形離散時間システム

最大 CPI 集合導出のために,まず eq.(1)-(2) を線形 離散時間システムに変換する.次式のように重心,重 心速度,ZMP を状態変数,ZMP の変化率を入力とし て選ぶ.

$$\boldsymbol{x} \equiv \begin{bmatrix} x_G & \dot{x}_G & x_Z & y_G & \dot{y}_G & y_Z \end{bmatrix}^T \qquad (4)$$
$$\boldsymbol{u} \equiv \begin{bmatrix} \dot{x}_Z & \dot{y}_Z \end{bmatrix}^T \qquad (5)$$

次節で ZMP に関する拘束を状態変数を用いて表現することから, xy 方向の運動を同時に考えることに注意する.eq.(1)-(2) は次式のような線形システムに変換できる.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_C \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_C \boldsymbol{u} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{A}_{C} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & & \\ \omega_{G}^{2} & 0 & -\omega_{G}^{2} & \boldsymbol{O} & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ & & 0 & 1 & 0 & \\ & \boldsymbol{O} & \omega_{G}^{2} & 0 & -\omega_{G}^{2} \\ & & & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(7)
$$\boldsymbol{B}_{C} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \boldsymbol{O} & \\ & \boldsymbol{O} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T}$$
(8)

eq.(6)を離散化して次式のような線形離散時間システムを得る.

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \tag{9}$$

eq.(9) のシステムは以下のように状態フィードバック を適用して安定化させることができる.

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{x} \tag{10}$$

ここで制御の主目的は重心の原点へのレギュレーショ ンであり, xy 座標の原点は両足中心点にとるものとす る.状態フィードバックゲイン F_i は極配置法や最適 レギュレータにより設計可能である.なお, eq.(7), 8 において行列の対角要素がゼロになることから,ゲイ ン行列 F_i についても対角要素はゼロとなる.eq.(10), (9)より状態フィードバックを適用した閉ループ系の状 態遷移は次式のように表せる.

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{x}(t), \quad \boldsymbol{A}_i \equiv \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \boldsymbol{F}_i \qquad (11)$$

3. 力学的拘束と最大 CPI 集合

3.1 接地領域と力学的拘束の定式化

まず ZMP を表す状態量 $z \equiv \begin{bmatrix} x_Z & y_Z \end{bmatrix}^1$ を定義する.状態量 $x \ge z$ の関係は次式のように書ける.

$$\boldsymbol{z}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t), \quad \boldsymbol{C} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (12)



Fig.2 Support region approximated by a convex hull



Fig.3 Block diagram of the closed-loop with constraint (left) and corresponding maximal CPI set (right)

本稿では Fig.2 のように接地領域を凸多角形で近似 して議論する.このとき,ある接地領域 Z は次式のような集合として表すことができる.

$$Z \equiv \left\{ \boldsymbol{z} \in \boldsymbol{R}^2 \mid \boldsymbol{M}_Z \boldsymbol{z} \le \boldsymbol{1} \right\}$$
(13)

 $M_Z \in \mathbf{R}^{p \times 2}$ は凸多角形を指定する行列であり, pは辺の数を表す. M_Z の第i行ベクトルを $m_i = \begin{bmatrix} a_i & b_i \end{bmatrix}$ とするとxy平面上において直線 $a_ix + b_iy = 1$ ($i = 1, \ldots, p$)は接地領域の第i番目の辺を表す.1は要素が全て1のベクトルであり,不等号は各要素について成り立つとした.以上により,ZMPに関する力学的拘束は次式で表せる.

$$\boldsymbol{z}(t) \in \boldsymbol{Z} \tag{14}$$

3·2 最大 CPI 集合

eq.(11), (14) のように状態量に関して拘束が課せられるシステムは拘束システムと呼ばれる.制御則においてこれらの拘束条件を陽に考慮するために最大 CPI 集合(または最大出力許容集合)[7] O_{∞}^{i} が次のように定義される:「ある状態フィードバックゲイン F_i を適用した閉ループ系 eq.(11)において,拘束を破ることなく原点に収束することが保証される初期状態の集合」.ただし,1) \tilde{A}_i は漸近的に安定,2) Z は原点を含む,の二点を仮定している.

例えば, Fig.3 右に示すように現在のある状態 x_A が 最大 CPI 集合に含まれる場合,制御器は拘束を破るこ となく状態を原点に収束させることができる.一方, x_B のように最大 CPI 集合に含まれない場合,拘束が破ら れるような応答を制御器が出力してしまう.

最大 CPI 集合は線形計画法の有限回の繰返し計算に より求めることができるが、この計算は数分 ~ 数十分 程度かかる.しかし、二脚移動系は接地領域の不連続 な変化を伴い、それに応じて最大 CPI 集合をオンライ ンで計算することが必要になる.ここで、ある接地領 域 Z の下での最大 CPI 集合 $O^i_\infty(M_Z)$ が事前に計算で きているとしよう.接地領域が Z' に変形した場合の最



Fig.4 Initial response of the system. (a) and (b) is the response of COG and ZMP without the switching control, respectively. (c) is the response with switching control.



Fig.5 Inclusion relationship of the maximal CPI sets (left) and block diagram of switching control (right).

大 CPI 集合 $O^i_\infty(M'_Z)$ は次式のように計算できる.

$$O_{\infty}^{i}(\boldsymbol{M}_{Z}^{\prime}) = \boldsymbol{K}O_{\infty}^{i}(\boldsymbol{M}_{Z})$$
(15)

ただし, K は M_Z と M'_Z の関係から求まる行列である.これにより接地領域が変化した場合も対応する最大 CPI 集合をオンラインで計算できる.

ー般にゲインが高いほど最大 CPI 集合は小さくなる. この性質を利用して,次節で説明するスイッチング制 御が提案されている.

4. 拘束システムのスイッチング制御

4.1 スイッチング制御

拘束システムの制御手法の一つとしてスイッチング制 御 [8] が提案されている.まず k 個の状態フィードバッ クゲイン $F_i(i = 1, ..., k)$ が事前に設計されているとし よう.さらに,各 F_i に対応する最大 CPI 集合 O_∞^i が Fig.5 左のような包含関係,すなわち $O_\infty^k \subset \cdots \subset O_\infty^1$ を満たすように設計されているものとする.これはイ ンデックスが増えるほど F_i がハイゲインになることを 意味する.スイッチング制御では,現在の状態 x(t) が 含まれる最大 CPI 集合のうち,最大のインデックスの F_i を適用する.これにより,拘束を破らない範囲で最 もハイゲインなものを適用することが出来,収束速度 を向上させることが可能となる.Fig.5 右にスイッチン グ制御のブロック線図を示す.図中の Supervisor は現 在の状態量を観測し,適用するゲインを切り替える.

4.2 シミュレーション

重心-ZMP 倒立振子モデルにおいてスイッチング制 御の効果をシミュレートした.小型ヒューマノイドロ ボット UT-µ2[9] を想定して重心高さを 0.28m と設定 し, eq.(6) はサンプリングタイム 3ms, 0 次ホールド で離散化した.状態フィードバックゲインは極配置法

 index
 pole

 1
 -3
 -6
 -10

 2
 -20
 -30
 -50

 3
 -50
 -60
 -80

Table 1 List of state feedback gain and pole

Fig.6 Experimental setup for the switching control when a disturbance is imposed on the robot.

により計3個設計した.2·2節の議論から,ゲインはxy方向独立に設計可能である.x方向のゲイン設計に用 いた極を Table.1に示す.今回xy方向のゲインは共 通とした.各ゲインに対し最大 CPI 集合を計算し,包 含関係を満たすことを確認した.また,接地領域はロ ボットの初期直立姿勢を想定し $-0.03 \le x_Z \le 0.04$ m, $-0.0685 \le y_Z \le 0.0685$ m とした.

x 方向の初期重心速度を 0.08 m/s とした時の初期応 答を Fig.4 に示す.Fig.4(a) 及び Fig.4(b) は設計した 各ゲインについての重心と ZMP の応答である.イン デックス i が増えるに従い収束が速くなっていることが 確認できる.しかしながら i = 2,3の場合, Fig.4(b) 中 灰色で示した接地領域から外側に出るような ZMP が 出力されてしまう.一方,スイッチング制御を適用し た時の応答を Fig.4(c) に示す.ゲインが適切に切り替 わり,ZMP が接地領域内に収まっていることが確認で きる.ゲインは 0.75s において i = 1 から 2 へ,また 0.84s において i = 2 から 3 へ切り替わった.i = 1 の みを適用した場合に比べると重心の収束時間は 2.4s か ら 1.1s に,約 54%減少した.

5. 実験

スイッチング制御の効果を実機実験により確認した. 実験環境を Fig.6 に示す.ロボットにはデジタルフォー スゲージ Z2-500N (IMADA)を使って前方から外乱を 加えた.重心, ZMP はセンサ計測値を用いたが,予備 実験においてセンサノイズが深刻な問題となった.そ こで Kalman Filter[10] による推定値を制御器に入力し た.出力される目標重心位置は重心ヤコビアン[11] を



Fig.7 Snapshots of the robot response when the disturbance is imposed forward and the switching control was applied.





用いた逆運動学解計算により全身運動に分解される.

まず比較のためにゲインi = 1のみを使用した時の 応答を計測した.Fig.8(a) にx方向の重心とZMPの 応答を示す.重心の収束には約0.9sを要した.次にス イッチング制御を適用し応答を計測した.実験中のス ナップショットをFig.7 に示す.Fig.8(b) に応答を示す. 重心の収束には0.5sを用し,i = 1のみを用いた場合 と比較して約55%収束時間を減少させることができた. Fig.8(c) にゲインのインデックス変化を示す.外乱が 加わった直後 (図中3.3s) に最もゲインの低いi = 1 に 切り替わり,3.7s以降は最もハイゲインなi = 3 に切 り替わっていることがわかる.

Kalman Filter では白色ノイズのみが考慮されてお り、その他のノイズの影響が作用していることも考え られる.特にスイッチング制御においてはゲインの切 り替えにノイズが与える影響は大きく、状態の適切な 推定が重要になる.また将来的に歩行動作への応用を 考えると、着地時の衝撃による状態量の過大な跳躍が 問題になると考えられ、インピーダンス制御等による 衝撃緩和も必要になると考えている.

6. おわりに

最大 CPI 集合に基づいたスイッチング制御による ヒューマノイドロボットの安定化制御を提案した.最 大 CPI 集合により,重心-ZMP 倒立振子モデル制御に おいて ZMP に関する拘束を陽に考慮することができ る.また,スイッチング制御を適用することで重心の 収束速度を向上させることができ,その有効性をシミュ レーション及び実機実験で検証した.実験ではは重心 の収束時間を約55%低減出来た.

本稿では接地領域を変化させない状況を想定したが, 外乱が大きい場合,現在の状態がいずれの最大 CPI集 合にも含まれず,将来的に ZMP が接地領域の縁に達 し転倒する恐れがある.この場合,ロボットは踏み出 し動作により転倒を回避することが望ましい.このよ うに最大 CPI 集合を使って踏み出し必要性の判定を行 うことも期待できる.

本研究は,科学研究費補助金基盤研究(S)(研究課題

名: 身体運動と言語を統一した人間・機械コミュニケー ションの成立,課題番号: 20220001,研究代表者:中 村仁彦)の支援を受けた.

参考文献

- M. Vukobratović and J. Stepanenko. On the Stability of Anthropomorphic Systems. *Mathematical Bio*sciences, Vol. 15, pp. 1–37, 1972.
- [2] K. Hirai. Current and Future Perspective of Honda Humanoid Robot. In Proc. of IROS1997, pp. 500– 508, 1997.
- [3] 梶田ら. 高精度 ZMP 制御に基づくヒューマノイドロボットのバランス維持方式 (HRP 仮想プラットフォーム基本動作ライブラリ). 第 17 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 1215–1216, 1999.
- [4] 長阪ら. 体幹位置コンプライアンス制御を用いた人間型 ロボットの歩 行安定化. 第17回日本ロボット学会学術 講演会予稿集, pp. 1193–1194, 1999.
- [5] 水戸部ら. ゼロモーメント点の操作による歩行ロボットの 制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 18, No. 3, pp. 359–365, 2000.
- [6] 杉原,中村. ZMP-重心モデルと台車型倒立振子モデルのアナロジーによるヒューマノイドロボットの高機動化制御.日本ロボット学会誌, Vol. 24, No. 1, pp. 74-83, 2006.
- [7] 平田,藤田. 外部入力を有する線形離散時間システムに 対する拘束条件の解析. 電気学会論文誌 C, Vol. 118, No. 3, pp. 384–390, 1998.
- [8] 平田,藤田.入力に制限を有する線形離散時間システム
 に対するスイッチング状態フィードバック制御則の構成
 法.システム制御情報学会論文誌, Vol. 11, No. 6, pp. 316–323, 1998.
- [9] T. Sugihara, K. Yamamoto, and Y. Nakamura. Hardware design of high performance miniature anthropomorphic robots. *Robotics and Autonomous System*, Vol. 56, Issue 1, pp. 82–94, 2007.
- [10] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of ASME, Journal* of Basic Engineering, 1960.
- [11] 杉原, 中村. 非駆動自由度の陰表現を含んだ重心ヤコビ アンによる脚型ロボットの全身協調反力操作. 日本ロボッ ト学会誌, Vol. 24, No. 2, pp. 222-231, 2006.